Chapter 7

7-1

解：

规定垂直纸面向外为正。
经分析，CA段与BD段对O点磁场贡献为0，设导线线电阻率为λ，得：

$$B_o = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i_1 l_1}{R^2} - \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i_2 l_2}{R^2}$$
$$\lambda l_1 i_1 = \lambda l_2 i_2$$

解得：

$$B_o = 0$$

7-5

解：

球面电势为U，得：

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R}$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

取θ处$d\theta$的圆环，由毕奥萨伐尔定律：

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sigma R d\theta \cdot \omega R\sin\theta \cdot 2\pi R\sin\theta}{R^2}\sin\theta$$

解得：

$$dB_z = \frac{1}{2}\mu_0\epsilon_0\omega U\sin^3\theta d\theta$$
$$\Rightarrow B_z = \frac{1}{2c_0^2}\omega U\int_0^\pi \sin^3\theta d\theta$$

解得：

$$B_z = \frac{2}{3c_0^2}\omega U$$

其中c_0表示真空中的光速。

7-6

解：

在半球面的底部加上一圆平面组成闭合曲面S,设半球面为S_1，圆平面为S_2。由$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$，有：

$$\oiint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$$

即：

$$\iint_{S_1} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} + \iint_{S_2} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$$

故：

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= -\iint_{S_2} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} \\ &= -\pi R^2 c\end{aligned}$$

7-8

解：

由安培环路定理：

$$\oint_L \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 N I$$

得：

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

$$
\begin{aligned}
\Phi = \iint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr \\
&= \frac{\mu_0 NIh}{2\pi r} \ln \frac{R_2}{R_1}
\end{aligned}
$$

7-9

解:

先求解距离O点$r(r \in [a, a+b])$处电流强度:

$$
i = \frac{\omega \lambda dr}{2\pi}
$$

- (1)
  r处电流对O点磁感应强度贡献为:

$$
d\boldsymbol{B_0} = \frac{\mu_0}{2} \frac{i}{r} (-\boldsymbol{k})
$$

  得:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{B_0} &= -\frac{\omega \lambda \mu_0}{4\pi} \boldsymbol{k} \int_a^{a+b} \frac{dr}{r} \\
&= -\frac{\omega \lambda \mu_0}{4\pi} \ln \frac{a+b}{a} \boldsymbol{k}
\end{aligned}
$$

- (2)
  r处电流的磁矩贡献为:

$$
d\boldsymbol{m} = \pi r^2 i (-\boldsymbol{k})
$$

  得:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{m} &= -\frac{\omega \lambda}{2} \boldsymbol{k} \int_a^{a+b} r^2 dr \\
&= -\frac{1}{6} \omega \lambda [(a+b)^3 - a^3] \boldsymbol{k}
\end{aligned}
$$

- (3)
  若$a >> b$,有:

$$\boldsymbol{B_0} = -\frac{\omega\lambda\mu_0 b}{4\pi a}\boldsymbol{k}$$
$$\boldsymbol{m} = -\frac{1}{2}\omega\lambda a^2 b\boldsymbol{k}$$

7-10

解:

由安培环路:

$$B \cdot 2\pi \cdot 3r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{6\pi r}, \text{方向垂直纸面向外}$$

电子所受磁场力:

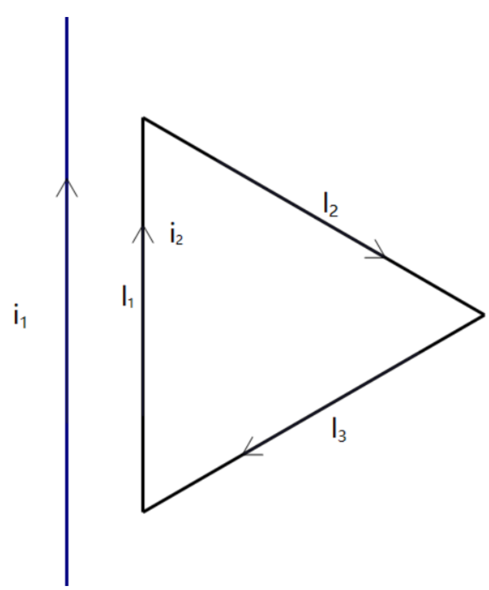
$$\boldsymbol{F} = -e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

即:

$$F = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 Iev}{6\pi r}, \text{方向垂直}OO_1\text{向左}$$

7-11

解:



由对称性，合力垂直于I_1。
对l_1:

$$F_{1x} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi d}$$

对l_2:

$$F_{2x} = \int_{l_2} I_2 dy \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+\sqrt{3}y)} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\sqrt{3}\pi} \ln \frac{2d+\sqrt{3}a}{2d}$$

同理，对l_3:

$$F_{3x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\sqrt{3}\pi} \ln \frac{2d+\sqrt{3}a}{2d}$$

得:

$$F = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} (\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{2d+\sqrt{3}a}{2d} - \frac{a}{d})$$

7-14

解:

由受力平衡得:

$$f = mg \sin\theta$$

由力矩平衡得:

$$fr = NBI \cdot 2rl \cdot \sin\theta$$

联立得:

$$I = \frac{mg}{2NBl}$$

7-15

解:

以柱的中轴线为z轴，向上为正方向建立柱坐标系。
由安培环路定理，得:

- $r \in [0, R]$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{Ir^2}{R^2} \Rightarrow \boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R^2} r \boldsymbol{e_\theta}$$

- $r \in (R, \infty)$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \boldsymbol{e_\theta}$$

综上:

$$\boldsymbol{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R^2} r \boldsymbol{e_\theta}, & r \in [0, R] \\ \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \boldsymbol{e_\theta}, & r \in (R, \infty) \end{cases}$$

7-17

由力矩平衡:

$$2\rho SLgL \sin\alpha = BIL^2 \cos\alpha$$

联立得:

$$B = \frac{2\rho Sg \tan\alpha}{I} = 9.3 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}$$