Chapter 13

13-2

解:

由维恩位移定律:

$$\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2$$

由斯特藩-玻尔兹曼定律:

$$\frac{M_1}{T_1^4} = \frac{M_2}{T_2^4}$$

解得:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = \frac{\lambda_1^4}{\lambda^4} = 3.63$$

13-3

解:

- (1)
  由爱因斯坦光电效应方程，有:

  $$h\nu = eU + W_0$$

  得:

  $$U = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e}$$

  AB线斜率为$\frac{h}{e}$，为一定常数。
- (2)
  求得斜率k

$$k = \frac{2.0}{(10.0 - 5.0) \times 10^{14}} = 0.40 \times 10^{-14}$$

得：

$$h = ke = 6.4 \times 10^{-34} \ \ \mathrm{J \cdot s}$$

13-5

正确的有：(2),(4)

13-8

- (1)

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_e c}\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{h}{2m_e c}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \frac{hc}{E_0} + \frac{h}{2m_e c} = 1.253 \times^{-10} \quad \mathrm{m}$$

- (2)

$$T_e = E_{e0} - \frac{hc}{\lambda} = 1.573 \times 10^{-17} \ \mathrm{J}$$

13-9

$$T_e = hc(\lambda_0^{-1} - (\lambda_0 + \Delta\lambda)^{-1}) = hc\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)}$$

记$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = k$，得：

$$T_e = E_{e0}\frac{k}{1+k}$$

解得：

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = k = \frac{1}{4}$$

13-10

解：

$$\frac{hc}{\lambda_0}+m_{e0}c^2=\frac{hc}{\lambda}+1.25m_{e0}c^2$$

得:

$$\lambda=\frac{h\lambda_0}{h-0.25m_{e0}c\lambda_0}=4.34\times10^{-12}\ \mathrm{m}$$

又有:

$$\lambda-\lambda_0=\frac{2h}{m_{e0}c}\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

得:

$$\varphi=63.35^\circ$$

13-16

解:

电子:

动量

$$p=\frac{h}{\lambda}=3.32\times10^{-24}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

动能

$$T=\sqrt{m_e^2c^4+p^2c^2}-m_ec^2=6.04\times10^{-18}\ \mathrm{J}$$

光子:

动量

$$p=\frac{h}{\lambda}=3.32\times10^{-24}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

动能

$$T=pc=9.96\times10^{-16}\ \mathrm{J}$$

13-17

解：

由$\lambda = \frac{h}{p}$，只需证$p^2c^2 = E_k^2 + 2E_k m_0 c^2$。

$$
\begin{aligned}
(E_k + m_0c^2)^2 &= p^2c^2 + m_0^2c^4 \\
\Rightarrow E_k^2 + 2E_k m_0 c^2 &= p^2c^2
\end{aligned}
$$

得证。

13-20

> 取$|\Delta p_x \cdot \Delta x| \geq \dfrac{\hbar}{2}$

解：

$$|\Delta p_x| = \frac{h}{\lambda^2}|\Delta\lambda|$$

故有：

$$|\Delta x| \geq \frac{\hbar}{2|\Delta p_x|} = \frac{\hbar\lambda^2}{2h|\Delta\lambda|} = 2.0 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

13-23

解：

$$|\mathit{\Psi}(x)|^2 = \frac{2}{a}\sin^2(\frac{2\pi}{a}x)$$

取最大值时，有：

$$\frac{2\pi}{a}x = (2n+1)\frac{\pi}{2}，\ x \in [0, a]$$

即：$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$。

13-24

解：

归一化得：

$$\int_0^l c^2x^2(l-x)^2dx = 1$$

解得：$c = \sqrt{\frac{30}{l^5}}$。

在$0 \sim \frac{l}{3}$区间发现粒子概率为：

$$\Omega = \int_0^{\frac{l}{3}} c^2x^2(1-x)^2dx = \frac{17}{81}$$